**Concursul Naţional de Matematică Aplicată**
**„Adolf Haimovici”**
Etapa locală – Constanţa 15.02.2015

**Clasa a IX-a**
Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale şi Protecţia Mediului

**SUBIECTUL 1**

Fie $a, b, c$ trei numere în progresie aritmetică a căror sumă este egală cu 21. Dacă la numerele $a, b, c$ se adună numerele 2, 3 și respectiv 9, atunci se obțin alte trei numere în progresie geometrică.

Determinați cele trei numere.

**SUBIECTUL 2**

Calculați suma soluțiilor întregi ale ecuației: $\sqrt{(3x+4)^2}+\sqrt{(2x-1)^2}=5-4x$.

**SUBIECTUL 3**

Rezolvați ecuația: $\left[\frac{2015x-1}{6}\right]+\left[\frac{2015x+2}{6}\right]=2015x.$

**SUBIECTUL 4**

Fie triunghiul $\Delta ABC$ şi $G$ centrul său de greutate. Se consideră punctul $N$ astfel încât $\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BN}$ iar punctul $P$ este simetricul lui $B$ faţă de $G$.

Să se arate că:

a) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$;
b) patrulaterul $APCG$ este paralelogram;
c) punctele A, P, N sunt coliniare.

**Notă:**
Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu

**Concursul Naţional de Matematică Aplicată**
**„Adolf Haimovici"**
Etapa locală – Constanţa 15.02.2015

**BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE**

**Clasa a IX-a**
Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale şi Protecţia Mediului

**SUBIECTUL 1**

$a-r+a+a+r=21 \Rightarrow 3a=21 \Rightarrow a=7$ ........2p
$I=7-r+2;\ II=7+3;\ III=7+r+9$ ........1p
$10^2=(9-r)(16+r) \Leftrightarrow 144-7r-r^2=100 \Leftrightarrow r^2+7r-44=0$ ........2p
$r=4;\ r=-11$ ........1p
Cele trei numere sunt 5, 10, 20 sau 20, 10, 5 ........1p

**SUBIECTUL 2**

$|3x+4|+|2x-1|=5-4x$ ........2p
$x<\frac{5}{4}$ ........1p
$x\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right] \Rightarrow x=-8$ ........1p
$x\in\left(-\frac{4}{3};\frac{1}{2}\right] \Rightarrow x=0$ ........1p
$x\in\left(\frac{1}{2};\frac{5}{4}\right) \Rightarrow x=\frac{2}{9}$ ........1p
Suma soluțiilor egală cu $-8$ ........1p

**SUBIECTUL 3**

Ecuaţia se poate scrie: $\left[\frac{2015x-1}{6}\right]+\left[\frac{2015x-1+3}{6}\right]=2015x,$ ........1p

adică, $\left[\frac{2015x-1}{6}\right]+\left[\frac{2015x-1}{6}+\frac{1}{2}\right]=2015x.$ ........1p

Aplicăm identitatea lui Hermite şi obţinem
$\left[2\cdot\frac{2015x-1}{6}\right]=2015x \Leftrightarrow \left[\frac{2015x-1}{3}\right]=2015x.$ ........1p

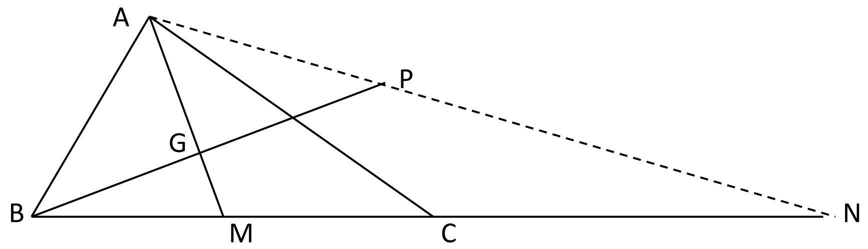
Avem $2015x=k,\ k\in Z \Rightarrow x=\frac{k}{2015},\ k\in Z.$ ........1p

Atunci, $k \le \frac{k-1}{3} < k+1 \;\Rightarrow k \in \left(-2, -\frac{1}{2}\right]$ ....................................................................2p

Cum $k \in Z$, obţinem $k = -1$, deci $x = -\frac{1}{2015}$ ....................................................................1p

**SUBIECTUL 4**

Realizarea desenului .............................................................................................. 1p




a)Avem $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}}{2}$, unde $M$ este mijlocul laturii [BC]................. 1p

Aşadar, $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ . ............................................. 1p

b)Cum $P = sim_G B \;\Rightarrow\; \overrightarrow{GP} = -\overrightarrow{GB} \overset{a)}{=} \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow APCG$ este paralelogram.. 2p

c) $APCG$ = paralelogram $\Rightarrow \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{GC}$ şi $\overrightarrow{GC} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{PN}$, $GC$ fiind linie mijlocie în triunghiul $\Delta BPN$ ................................................................................................ 1p

Aşadar, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow A, P, N$ sunt coliniare...................................................1p